Car $f([0,1]) \subset [0,1]$
Conclusion : $U_n \in [0,1]$; $\forall n \in IN$

2) * $U_0 = 0$ et $U_1 = f(U_0) = Ln2$
$U_0 \leq U_1$ (vrai)

* supposons que : $U_n \leq U_{n+1}$
montrons que : $U_{n+1} \leq U_{n+2}$

$U_n \leq U_{n+1} \Rightarrow f(U_n) \leq f(U_{n+1})$ car f est croissante
$\Rightarrow U_{n+1} \leq U_{n+2}$
Conclusion :
(U_n) est croissante

* (U_n) est croissante et majorée par 1 donc elle converge vers un réel α

3) $U_{n+1} = f(U_n)$; $U_n \in [0,1]$

f est continue sur $[0,1]$ d'où : $\alpha = f(\alpha)$
$U_n \in [0,1] \Rightarrow \alpha \in [0,1]$

$f(0) \neq 0$ et $f(1) \neq 1 \Rightarrow \alpha \in]0,1[$

4) $\Delta : y = x$

$(\mathcal{C}_f) \cap \Delta = \{ A(\alpha , \alpha)\}$; $\alpha \approx 0,8$ (gr^t)

EXERCICE 29 :

$\theta_0 = 30°C$
$\theta'(t) = k[T - \theta(t)]$
$k = 0,1$; $\theta(0) = 30$
1) θ vérifie l'équation différentielle :
$y' = (0,1) [T - y]$ et $\theta(0) = 30$
2) $T = 100$
a) (E) : $y' = (0,1) [100 - y]$
(E) : $y' = - (0,1) . y + 10$ et $\theta(0) = 30$
D'où :

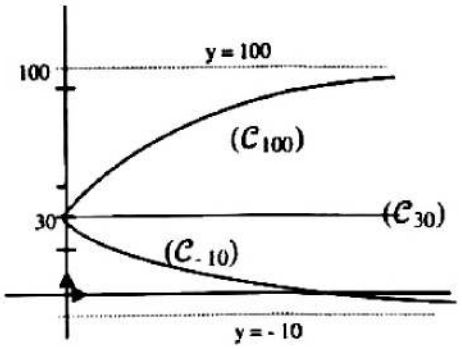
$$\theta(t) = (30 - \frac{10}{0,1})e^{-0,1t} + \frac{10}{0,1}$$

$$\boxed{\theta(t) = - 70\, e^{-0,1t} + 100}$$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \theta(t) = 100$
Interprétation :

Lorsque le corps reste beaucoup de temps sa température sera 100°C
3)
$\theta(t) = - 70\, e^{-0,1t} + 100$
$\theta'(t) = 7\, e^{-0,1t} > 0$

t	0	+∞
$\theta'(t)$	+	
$\theta(t)$	30 ↗	100



b) $T = 30$
$\theta(t) = 30$ constante
c) $T = - 10$

$\theta(t) = (30 +10)e^{-0,1t} - 10$

$$\theta(t) = 40\, e^{-0,1t} + \frac{10}{0,1}$$
$\theta'(t) = - 4\, e^{-0,1t} < 0$

t	0	+∞
$\theta'(t)$	-	
$\theta(t)$	30 ↘	- 10

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn